แผนการจัดการเรียนรู้

# รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ การนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

# เรื่อง การใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตร เวลา 1 ชั่วโมง

**ผลการเรียนรู้**

1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ หาผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์

2. นำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา

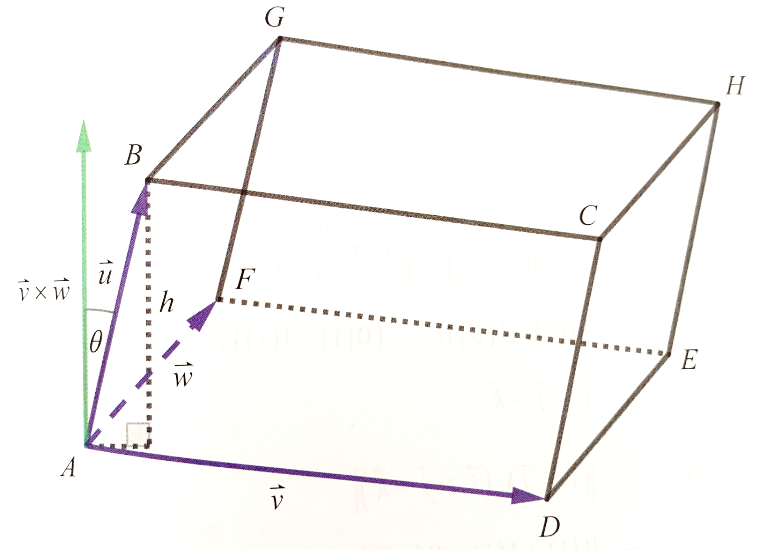
# สาระสำคัญ

การใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน

กำหนดทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน *ABCDEFGH* ให้ *, ,*  และ เป็นขนาดของ

มุมระหว่าง และ ในที่นี้จะพิจารณารูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน *ADEF* เป็นฐาน และ เป็นความสูง

จะได้ว่า



­

ที่มา: หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมของสสวท. คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

(ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับ

(เนื่องจากปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็น

จำนวนจริงที่ไม่เป็นจำนวนลบ)

**หมายเหตุ** ในการเลือกลำดับของด้านประกอบของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานไม่มีผลต่อปริมาตรที่หาได้

กล่าวคือ ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับ

# จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์และหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์ได้

สาระการเรียนรู้

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับ

**หมายเหตุ** ในการเลือกลำดับของด้านประกอบของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานไม่มีผลต่อปริมาตรที่หาได้

กล่าวคือ ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับ

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ และการใช้เวกเตอร์  
ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยตั้งคำถามนักเรียน ดังนี้

- ผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลคูณเชิงเวกเตอร์และการใช้เวกเตอร์ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

มีบทนิยามว่าอย่างไร มีวิธีหาอย่างไร

- นักเรียนและครูสรุปบทนิยามผลคูณเชิงสเกลาร์และผลคูณเชิงเวกเตอร์ ดังนี้

ให้ และ เป็นเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติหรือสามมิติ และ เป็นสเกลาร์

ผลคูณเชิงสเกลาร์ (scalar product) ของ และ เขียนแทนด้วย กำหนดดังนี้

ให้ และ เป็นเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ

จะได้

ให้ และ

ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (cross product) ของ และ เขียนแทนด้วย

กำหนดโดย

ให้ และ เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะได้ว่า พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังกล่าว คือ ตารางหน่วย

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์

3. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม จำนวน 5 กลุ่ม โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่า เมื่อกำหนด = , = และ = โดยครูแนะนำวิธีการใช้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



3.1 กดปุ่มw**5**

****

3.2 กำหนดค่า โดยกดปุ่ม 1



3.3 เลือกมิติเวกเตอร์แบบ 3 มิติ โดยกดปุ่ม 3



3.4 ป้อนค่า =  โดยกดปุ่ม

2=3=z5=

3.5 กดปุ่มT



3.6 กำหนด โดยกดปุ่ม 1



3.7 กำหนดมิติของ โดยกดปุ่ม 2



3.8 เลือกมิติเวกเตอร์แบบ 3 มิติ โดยกดปุ่ม 3



3.9 ป้อนค่า =  โดยกดปุ่ม

4=z1=6=

  
 3.10 กำหนด โดยกดปุ่ม T13

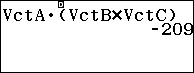


3.11 เลือกมิติเวกเตอร์แบบ 3 มิติ โดยกดปุ่ม3

3.12 ป้อนค่า = โดยกดปุ่ม

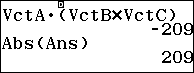
3=6=4=

3.13 เตรียมคำนวณผลคูณเชิงเวกเตอร์ โดยกดปุ่มC

3.14 คำนวณค่า ที่กำหนดไว้ออกมา

โดยกดปุ่ม T3TR2(T

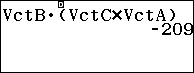
4OT5)=



3.15 คำนวณค่า โดยกดปุ่ม

q(M)=

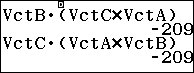
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่า



โดยกดปุ่ม CT4TR2

(T5OT3)=

5. นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX classwiz เพื่อหาค่า



โดยกดปุ่มT5TR2

(T3OT4)=

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3.1 และ 3.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำและร่วมกันอภิปราย (ขั้นสำรวจ)

7. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอและอภิปรายผลเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบสมบัติของการคูณเชิงเวกเตอร์ ซึ่งจะได้ว่า = =  (ขั้นหาความสัมพันธ์)

8. ครูและนักเรียนช่วยกันพิสูจน์การหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์ตามหลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันสมบัติต่างๆ ว่าเป็นจริงทุกกรณี อีกครั้งหนึ่ง

9. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปการใช้เวกเตอร์ในการหาปริมาตรที่ได้จากการได้สำรวจ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์) จะได้ว่า

ถ้า , และ  เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในสามมิติ

 =  = 

และปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานหาได้จาก

 =  =    
หรือ

 =  = 

10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่องปริมาตรเวกเตอร์ทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ (เมื่อทำเสร็จแล้ว ตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz อีกครั้งหนึ่ง)

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

2. ใบกิจกรรมที่ 3.1 – 3.2 เรื่อง การหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์  
3. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง ปริมาตรเวกเตอร์ทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน

การวัดและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3.1 – 3.2

2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 3  
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 3.1

# เรื่อง การหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์

**คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| 1 | = | = | = |
| 2 | = | = | = |
| 3 | = | = | = |
| 4 | = | = | = |
| 5 | = | = | = |
| 6 | = | = | = |
| 7 | = | = | = |
| 8 | = | = | = |

จาก กรณีที่ 1 กรณีที่ 2 และ กรณีที่ 3 พบว่า ถ้า เป็นสเกลาร์   
และ เป็นเวกเตอร์ใดๆ แล้ว

= =

ดังนั้น = .................................................... = ................................................

ใบกิจกรรมที่ 3.2

# เรื่อง การหาปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้เวกเตอร์

**คำชี้แจง** ให้นักเรียน ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณค่าต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **1** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **1** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **2** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **2** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **3** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **3** | =  = | =  = | =  = |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **4** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **4** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **5** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **5** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 1** | **กรณีที่ 2** | **กรณีที่ 3** |
| **6** | =  = | =  = | =  = |
| **ข้อ** | **กรณีที่ 4** | **กรณีที่ 5** | **กรณีที่ 6** |
| **6** | =  = | =  = | =  = |

จาก กรณีที่ 1 กรณีที่ 2 และ กรณีที่ 3 พบว่า ถ้า เป็นสเกลาร์   
และ เป็นเวกเตอร์ใดๆ แล้ว ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ

= =

ดังนั้น ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ

= ....................................... = ......................................

และ จาก กรณีที่ 4 กรณีที่ 5 และ กรณีที่ 6 พบว่า ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ

= =

ดังนั้น ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ

= ....................................... = ......................................

**หมายเหตุ** ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน ลูกบาศก์หน่วย จะมีพื้นที่ฐานเท่ากับ

ตารางหน่วย และมี เป็นสูงเอียง

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง ปริมาตรเวกเตอร์ทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน

**คำชี้แจง** จงหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน *ABCDEFGH* ให้ *, ,*

เมื่อกำหนด ,และ  ดังนี้

1. ,  และ 
2. ,  และ 
3. ,  และ 
4. ,  และ 
5. ,  และ 